

Câu 1: (1.5 điểm).

Giả sử một vật chuyển động trong không gian theo một đường cong là đồ thị của hàm véc tơ $\mathbf{R}(t)$ cho bởi

$$\mathbf{R}(t) = (\cos 3t)\mathbf{i} + (\sin 3t)\mathbf{j} + (3t)\mathbf{k}.$$

- Biết rằng hướng của chuyển động được xác định bằng véc tơ tiếp tuyến đơn vị $\mathbf{T}(t)$. Tìm $\mathbf{T}(t)$ tại thời điểm $t = \pi$.
- Tính quãng đường vật đi được từ điểm $(1, 0, 0)$ đến $(-1, 0, 3\pi)$.

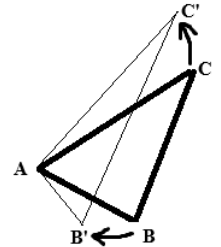
Câu 2: (1.5 điểm).

Tìm các điểm cực trị địa phương (cực trị tương đối) và điểm yên ngựa của hàm số

$$f(x, y) = x^3 - 24xy + 8y^3.$$

Câu 3: (1.5 điểm).

Cho biết diện tích tam giác ABC có thể được tính bằng công thức $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC \times \sin(\hat{A})$. Giả sử điểm A cố định, AC tăng với tốc độ 3 cm/s và AB giảm với tốc độ 2cm/s. Nếu diện tích của tam giác là không đổi thì tốc độ thay đổi của góc \hat{A} là bao nhiêu tại thời điểm $AC = 20$ cm, $AB = 30$ cm và góc $\hat{A} = \pi/6$?



Câu 4: (2.5 điểm).

- Tính tích phân bội hai $\iint_D xy^2 dA$, trong đó D là miền giới hạn bởi các đường

$$x = 0 \text{ và } x = \sqrt{1 - y^2}$$

- Tính thể tích của khối Ω được giới hạn bởi các mặt cong

$$z = x^2 + y^2 \text{ và } z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}.$$

Câu 5: (1.5 điểm).

Cho trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y) = 2xe^{-y}\mathbf{i} + (2y - x^2e^{-y})\mathbf{j}$.

- Chứng tỏ rằng \mathbf{F} là một trường thế và tìm hàm thế f thỏa mãn $\mathbf{F} = \nabla f$.
- Tính $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{R}$, trong đó C là đồ thị của hàm véc tơ $\mathbf{R}(t) = (\cos t)\mathbf{i} + (2 \sin t)\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Câu 6: (1.5 điểm).

Cho trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y, z) = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$.

- a) Tính độ phân kỳ $\text{div}\mathbf{F}$ và véc tơ xoáy $\text{Curl}\mathbf{F}$.
- b) Tính thông lượng của trường véc tơ \mathbf{F} qua phần mặt nón S có phương trình $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, nằm dưới mặt phẳng $z = 2$ với hướng của véc tơ pháp tuyến đơn vị \mathbf{N} là hướng xuống.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO1: Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm véc tơ và của hàm nhiều biến	Câu 4,5
CLO2: Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm véc tơ và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng	Câu 1,2,3
CLO3: Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ	Câu 6
CLO4: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường véc tơ để giải quyết các bài toán ứng dụng	Câu 1,6

Ngày 10 tháng 12 năm 2024

Thông qua bộ môn

Phạm Văn Hiến